

8 класс, 3 день

1. Есть три натуральных числа. Для каждой двух из них вычислили наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Полученные шесть чисел сложили. Могло ли получиться 2011?
2. У числа n имеется $2k > 3$ делителей $x_1, x_2, \dots, x_{2k}$. Оказалось, что x_{k-1}, x_k, x_{k+1} являются тремя последовательными натуральными числами. Найдите все такие n .
3. Число $1\underbrace{3\dots 3}_{k}33$ — простое. Докажите, что k нечётно.
4. Докажите, что существует бесконечно много таких n , что C_n^{500} не делится ни на одно простое, меньшее 2000. Напомним, что $C_n^{500} = \frac{n(n-1)\dots(n-499)}{500!}$.
5. Докажите, что существует бесконечно много не кратных 10 чисел, таких что сумма цифр куба в два раза больше чем сумма цифр исходного числа.
6. Числа m и n таковы, что $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 = m^3$. Докажите, что $n+1$ делится на 4.
7. Пусть S — множество, состоящее из 10 различных положительных чисел. Докажите, что существуют два числа $x, y \in S$ такие, что $0 < x - y < \frac{(1+x)(1+y)}{9}$.